Unidad 2: Aritmética de las computadoras

Definición de bit, nibble, byte, palabra, palabra doble, relación con lenguajes de alto nivel. Representaciones numéricas: números enteros con y sin signo. Aritmética con enteros. Fundamentos de la representación en punto flotante, normalización, error de la representación. Representación estándar del IEEE. Aritmética en punto flotante. Representaciones alfanuméricas, ASCII, EBCDIC.

Rango: diferencia entre el número mayor y el menor

Resolución: diferencia entre dos números consecutivos

**Teorema fundamental de la numeracion**

Este teorema establece la forma general de construir números en un sistema de numeración posicional.



Representación en signo-magnitud

El bit mas significativo de la palabra se toma como bit de signo. Si dicho bit es 0 el numero es positivo. Si el bit es 1, el numero es negativo.

Esta representación tiene varias limitaciones:

Tanto en la suma como en la resta debe tenerse en cuenta el signo y la magnitud relativa de cada numero. Otra limitación es que hay dos representaciones para el 0, -0 y +0.

Complemento a 1

El bit más significativo representa el signo de N (mismo convenio que signo y magnitud). Si el número es positivo se representa en binario natural y si es negativo con el complemento a 1 de su magnitud.

El Ca1 de un número en base 2 se obtiene invirtiendo todos los bits.

+3210= 00100000 -3210=11011111

+710= 00000111 -710= 11111000

+4110= 00101001 -4110=11010110

* El intervalo es simétrico
* Los n bits representan al número
* Los positivos empiezan con cero (0)
* Los negativos empiezan con uno (1)
* Hay dos ceros
* Números distintos 2n

**Complemento a dos**

Esta representación usa el bit mas significativo como bit de signo. La diferencia esta en la forma de tratar el resto de los bits.

Consideremos un entero de n bits, A representado en complemento a dos. Si A es positivo, el bit de signo an-1 es 0. Los restantes bits representan la magnitud del numero de la misma forma que en BSS.

El numero 0 se identifica como positivo y tiene por tanto, un bit 0 de signo y una magnitud compuesta de todos ceros.

Ahora, para un numero negativo A, el bit de signo an-1 es 1. Los n-1 bits restantes pueden tomar cualquiera de las 2n-1 combinaciones. Por tanto, el rango de los enteros negativos que pueden representarse es desde -1 hasta -2n-1.

El Ca2 de un número (en base 2) se obtiene invirtiendo todos los bits (Ca1) y luego sumándole 1.

Otra forma: “mirando” desde la derecha se escribe el número (base 2) igual hasta el primer “1” uno inclusive y luego se invierten los demás dígitos

* Los positivos empiezan con cero (0)
* Los negativos empiezan con uno (1)
* El rango es asimétrico y va desde - (2n-1) a + (2n-1 -1)
* Hay un solo cero

Técnica del Exceso

La representación de un número A es la que corresponde a la SUMA del mismo y un valor constante E (o exceso).

Dado un valor, el número representado se obtiene RESTANDO el valor del exceso

El signo del número A resulta de una resta En binario, NO sigue la regla del bit mas significativo

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| decimal | BSS | BCS | CA1 | CA2 | Exceso 2n-1 |
| +7 | 0111 | 0111 | 0111 | 0111 | 1111 |
| +6 | 0110 | 0110 | 0110 | 0110 | 1110 |
| +5 | 0101 | 0101 | 0101 | 0101 | 1101 |
| +4 | 0100 | 0100 | 0100 | 0100 | 1100 |
| +3 | 0011 | 0011 | 0011 | 0011 | 1011 |
| +2 | 0010 | 0010 | 0010 | 0010 | 1010 |
| +1 | 0001 | 0001 | 0001 | 0001 | 1001 |
| +0 | 0000 | 0000 | 0000 | 0000 | 1000 |
| -0 | ---- | 1000 | 1111 | ---- | 0111 |
| -1 | ---- | 1001 | 1110 | 1111 | 0110 |
| -2 | ---- | 1010 | 1101 | 1110 | 0101 |
| -3 | ---- | 1011 | 1100 | 1101 | 0100 |
| -4 | ---- | 1100 | 1011 | 1100 | 0011 |
| -5 | ---- | 1101 | 1010 | 1011 | 0010 |
| -6 | ---- | 1110 | 1001 | 1010 | 0001 |
| -7 | ---- | 1111 | 1000 | 1001 | 0000 |
| -8 | ---- | ---- | ---- | 1000 | ---- |

Punto flotante

Se representa los números con una palabra binaria de dos campos: mantisa (M) y exponente (E).

M y E están representados en alguno de los sistemas en punto fijo que ya conocíamos como BSS, BCS, Ca2, Ca1, Exceso.

* El rango en punto flotante es mayor
* La cantidad de combinaciones binarias distintas es la misma que en otros sistemas 28 =256
* En punto flotante la resolución no es constante a lo largo del intervalo



Existen distintos valores de mantisa y exponente para representar un mismo número. Con el objetivo de tener un único par de valores de mantisa y exponente para un número, se introduce la normalización.

Con el objetivo anterior, las mantisas fraccionarias se definen de la forma:

0,1dddddd.....ddd

• donde d es un dígito binario que vale 0 ó 1.

Todas las mantisas empiezan con 0,1

Bit implícito

Como todos los números comienzan con 0,1 no es necesario almacenar ese 1

Si no lo almaceno, puedo “adicionar” un bit más a la mantisa. El bit no almacenado se conoce como bit implícito.

Resolución: es la diferencia entre dos representaciones sucesivas, y varía a lo largo del rango, no es constante como en el caso de punto fijo

Error Absoluto: es la diferencia entre el valor representado y el valor a representar

Estándar IEEE 754

Mantisa: fraccionaria normalizada, con la coma después del primer bit que es siempre uno (1,) en M y S.

Exponente: representado en exceso 2n-1 – 1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Simple precisión | Doble precisión |
| Bit de signo | 1 | 1 |
| Bits de exponente | 8 | 11 |
| Bits de fracción | 23 | 52 |
| Total de bits | 32 | 64 |
| Exponente en exceso | 127 | 1023 |
| Rango de exponente | -126 a +127 | -1022 a +1023 |
| Rango de numeros | 2-126 a ~2+128 | 2-1022 a ~2+1024 |

Casos especiales:

* E = 255/2047, M ≠ 0 ⇒ NaN -Not a Number-
  + Exponente máximo, mantisa distinta de 0.
* E = 255/2047, M = 0 ⇒ Infinito
  + Exponente máximo, mantisa igual a 0. El signo implica si es mas o menos infinito
* E = 0, M = 0 ⇒ Cero
  + Mantisa y exponente igual a cero
* E = 0, M ≠ 0 ⇒ Denormalizado
  + Exponente cero, mantisa distinta de 0.
  + ± 0,mantisa\_s-p 2–126
  + ± 0,mantisa\_d-p 2–1022